Commande par réseaux de Petri

Formation Systèmes à Evénements Discrets

1ère édition
Janvier 2024

Société d'Automatique,
de Génie Industriel & de Productique

Illustration

Illustration

Soit le réseau de Petri $PN1$ suivant modélisant un certain processus :

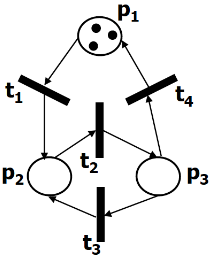


Figure – RdP $PN1$

On impose une spécification sur le processus, qui se traduit par une contrainte (sous la forme d'une inéquation linéaire) sur le marquage de certaines places de $PN1$:

$$M(p_2) + M(p_3) \leq 1$$

Soit la contrainte suivante :

$$\alpha_i.M(p_i) + \alpha_j.M(p_j) \leq b_1 \tag{1}$$

avec p_i et p_j deux places du RdP associé au processus étudié et, α_i, α_j et b_1 des constantes entières.

Objectif

L'objectif est de déterminer le contrôleur K, sous la forme d'un réseau de Petri (ou places de contrôle), de telle sorte que le système composé du contrôleur K et du modèle RdP du processus, satisfasse les contraintes imposées.

Commande par RdP

L'inégalité (1) peut alors se mettre sous la forme d'une égalité en introduisant une variable auxiliaire $M(S1)$.

Cette variable auxiliaire représente le marquage d'une place supplémentaire $S1$ (monitor place) qui permet de satisfaire l'égalité suivante :

$$\alpha_i.M(p_i) + \alpha_j.M(p_j) + M(S_1) = b_1$$

Cette égalité peut alors s'interpréter comme un invariant de place (P-invariant) en termes de RdP.

Méthode générale

Soit un processus modélisé par un RdP de n places et m transitions, de matrice d'incidence W et soumis à r contraintes d'exclusion mutuelle généralisées (Generalized Mutual Exclusion Constraints (GMEC)) :

$$V.M \leq B$$

avec V de dimension (r x n) et B de dimension (r x 1).

L'introduction de variables auxiliaires conduit à :

$$\boldsymbol{V.M + K = B}$$

avec K de dimension (r x 1).

$\Rightarrow$ Introduction de autant de places supplémentaires (monitor places) que de contraintes à respecter, où K représentera leur marquage.

Cette équation exprime r P-invariants d'un RdP de matrice d'incidence C.

Methode générale

Le RdP de matrice C est celui du système : **contrôleur + processus à commander**.

1. ***Calcul de la matrice du contrôleur C_c***

$$X^T.C = 0 \text{ avec } C = \begin{bmatrix} W \\ C_c \end{bmatrix}$$

où W est la matrice d'incidence du processus.

Ce qui s'exprime aussi par : $\begin{bmatrix} V & I \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} W \\ C_c \end{bmatrix} = 0 \quad \text{ou} \quad V.W + I.C_c = 0$

avec I la matrice d'identité de dimension (r x r).
D'où :

$$\boxed{\boldsymbol{C_c = -V.W}}$$

La matrice C_C contient les arcs qui connectent les places S_i du contrôleur aux transitions du modèle RdP du processus.

Methode générale

2. ***Calcul des marquages des places du contrôleur***

Soit M_0^P le marquage initial du modèle RdP du processus.

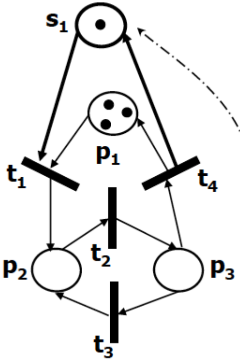
Le marquage initial du modèle RdP du contrôleur M_0^C est obtenu par :

$$\boxed{M_0^C = B - V.M_0^P}$$

car il doit satisfaire la relation $V.M + K = B$.

Illustration

La contrainte à respecter de $PN1$ est : $M(p_2) + M(p_3) \leq 1$



$$W = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix},\ M_0^P = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$V = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ et } B = [1]$$

d'où

$$C_c = -(\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix})$$

$$\boxed{C_c = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}$$

et

$$M_0^C(S_1) = [1] - (\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix})$$

$$\boxed{M_0^C(S_1) = [1]}$$

Conclusion

Une démarche de synthèse par réseau de Petri d'un contrôleur est alors dégagée.

Yamalidou, K., Moody, J., Lemmon, M., and Antsaklis, P. (1996).
Feedback control of Petri nets based on place invariants.
Automatica, 32(1) :15–28.

Equipe pédagogique

Equipe pédagogique

Autrice : Isabel Demongodin

Intervenante : Isabel Demongodin