Le temps dans les réseaux de Petri

Formation Systèmes à Evénements Discrets

1ère édition
Janvier 2024

Société d'Automatique,
de Génie Industriel & de Productique

Plan

Les extensions au temps des réseaux de Petri

Introduction

Des contraintes temporelles sont associées aux réseaux de Petri

sous la forme

- de dates (intervalle point) [Ramchandani, 1974] :
  réseaux de Petri temporisés (Timed Petri nets)
- d'intervalles [Merlin, 1974] : réseaux de Petri temporels (Time Petri nets)

Introduction

Des contraintes temporelles sont associées aux réseaux de Petri

sous la forme

- de dates (intervalle point) [Ramchandani, 1974] :
  réseaux de Petri temporisés (Timed Petri nets)
- d'intervalles [Merlin, 1974] : réseaux de Petri temporels (Time Petri nets)

Ces contraintes de temps peuvent être associées

- aux places : P-temporisés (P-timed) ou P-temporels (P-time)
- aux arcs
- aux transitions
- aux jetons...

Temps $\rightarrow$ date (durée)

Plusieurs sémantiques

- la sémantique classique : la contrainte est une contrainte *min.*
- la sémantique *au plus tôt*

Les réseaux de Petri temporisés

Temps $\rightarrow$ date (durée)

Plusieurs sémantiques

- la sémantique classique : la contrainte est une contrainte *min.*
- la sémantique *au plus tôt*

Les deux modèles courants sont [Sifakis, 1980, Pezzè, 1999] :

- les réseaux de Petri T-temporisés
- les réseaux de Petri P-temporisés

Les réseaux de Petri temporels

Temps $\rightarrow$ intervalle

Plusieurs sémantiques

- la sémantique faible (weak semantics)
- la sémantique forte (strong semantics)

Les réseaux de Petri temporels

Temps $\rightarrow$ intervalle

Plusieurs sémantiques

- la sémantique faible (weak semantics)
- la sémantique forte (strong semantics)

Les modèles courants sont :

- les réseaux de Petri T-temporels en sémantique forte [Merlin, 1974, Berthomieu and Diaz, 1991]
- les réseaux de Petri P-temporels en sémantique forte [Khansa et al., 1996]
- les réseaux de Petri A-temporels en sémantique faible [Hanisch, 1993, Abdulla and Nylén, 2001, de Frutos Escrig et al., 2000]

Le modèle le plus largement utilisé est le modèle : réseau de Petri T-temporel en sémantique forte

Plan

Ce que coûte le temps

Machine à 2 compteurs

- Les machines à compteurs ont la même puissance de calcul que les machines de Turing
- L'arrêt d'une machine à deux compteurs est indécidable

Machine à 2 compteurs

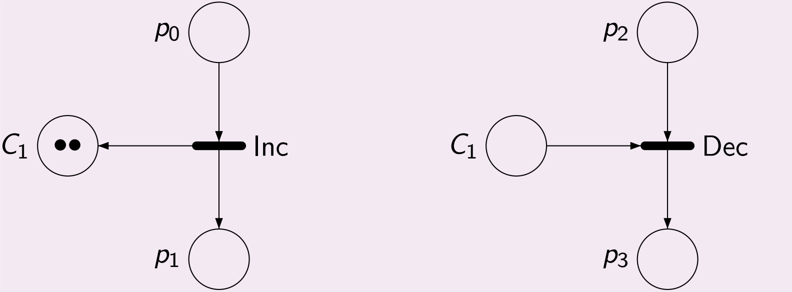
- Les machines à compteurs ont la même puissance de calcul que les machines de Turing
- L'arrêt d'une machine à deux compteurs est indécidable

Deux compteurs (C1 et C2) et un programme :

- Un compteur est un entier naturel (non borné)
- Le programme peut faire :
  - incrémente C1 (resp. C2)
  - décrémente C1 (resp. C2)
  - si C1>0 (resp. C2=0) alors décrémenter C1 et aller vers l'instruction i1 sinon aller vers l'instruction i2

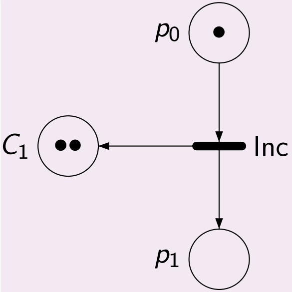
Machine à 2 compteurs avec un réseau de Petri ?

Incrémentation / decrémentation



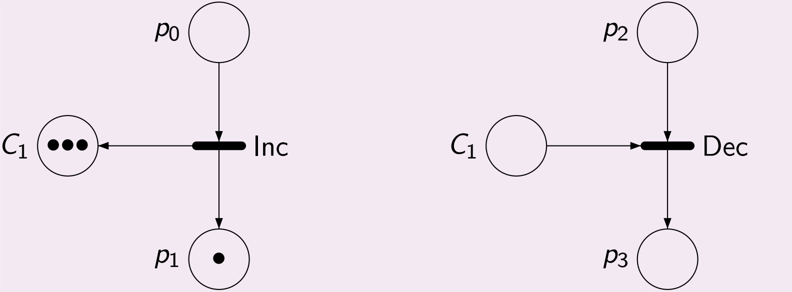
Machine à 2 compteurs avec un réseau de Petri ?

Incrémentation / decrémentation



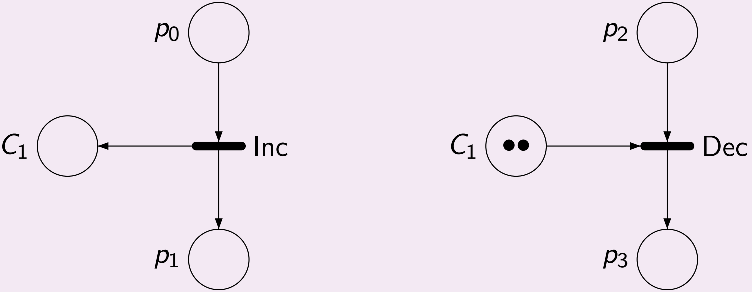
Machine à 2 compteurs avec un réseau de Petri ?

Incrémentation / decrémentation



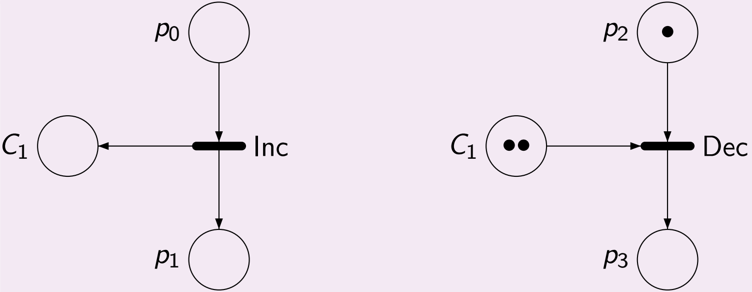
Machine à 2 compteurs avec un réseau de Petri ?

Incrémentation / decrémentation



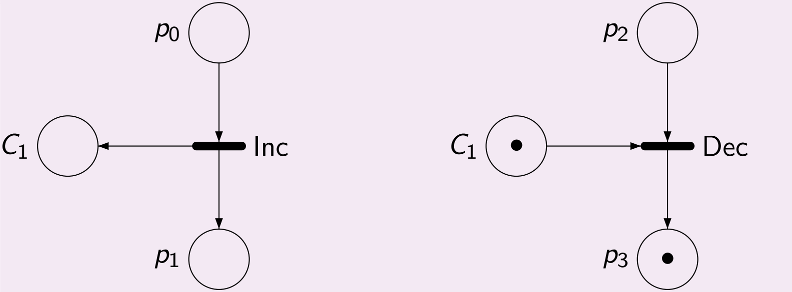
Machine à 2 compteurs avec un réseau de Petri ?

Incrémentation / decrémentation



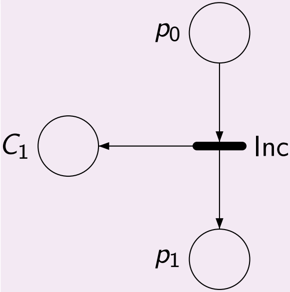
Machine à 2 compteurs avec un réseau de Petri ?

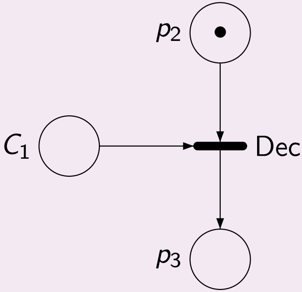
Incrémentation / decrémentation



Machine à 2 compteurs avec un réseau de Petri ?

Incrémentation / decrémentation

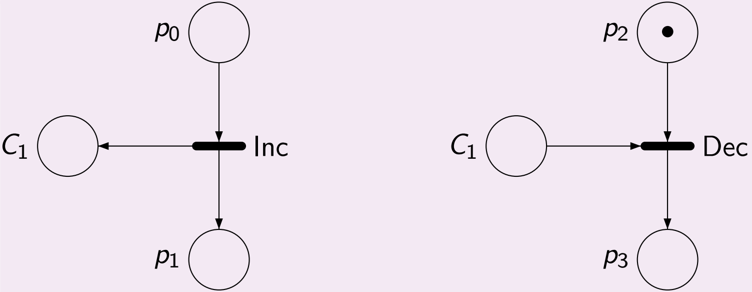




- Et le test à zéro ?

Machine à 2 compteurs avec un réseau de Petri ?

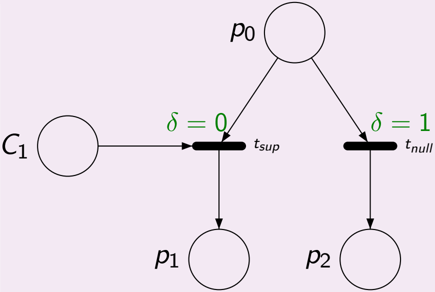
Incrémentation / decrémentation



- Et le test à zéro ?
- L'accessibilité est décidable pour les réseaux de Petri, même non bornés.

Et avec le temps ?

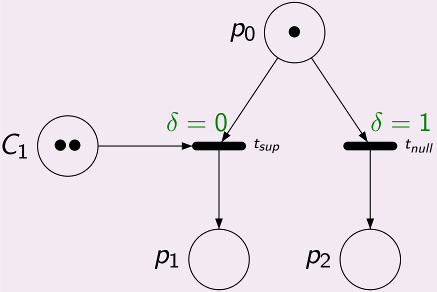
Test à zéro



- `Si C1>0`
  - `décrémenter C1`
  - `aller en P1`
- `SINON aller en P2`

Et avec le temps ?

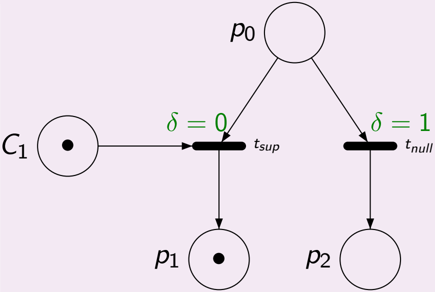
Test à zéro



- Si C1>0
  - décrémenter C1
  - aller en P1
- SINON aller en P2

Et avec le temps ?

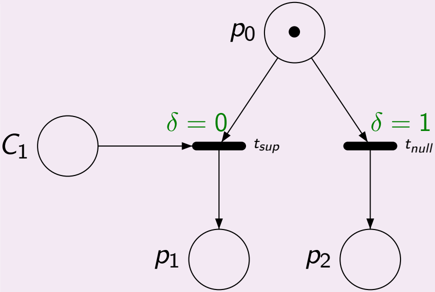
Test à zéro



- Si C1>0
  - décrémenter C1
  - aller en P1
- SINON aller en P2

Et avec le temps ?

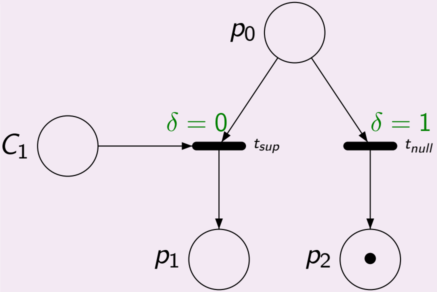
Test à zéro



- `Si C1>0`
  - `décrémenter C1`
  - `aller en P1`
- `SINON aller en P2`

Et avec le temps ?

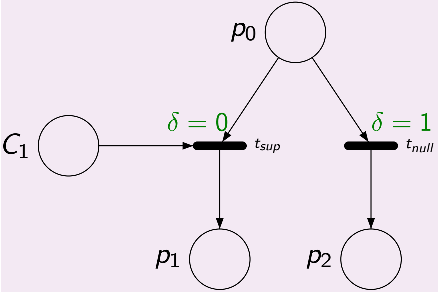
Test à zéro



- `Si C1>0`
  - `décrémenter C1`
  - `aller en P1`
- `SINON aller en P2`

Et avec le temps ?

Test à zéro

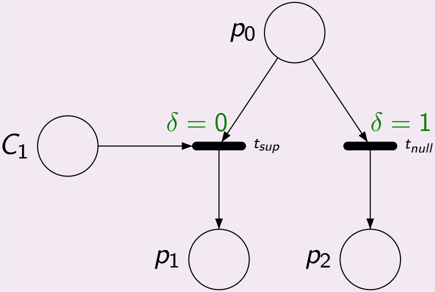


- `Si C1>0`
  - `décrémenter C1`
  - `aller en P1`
- `SINON aller en P2`

- Le problème de l'accessibilité est indécidable pour les réseaux de Petri avec du temps (en sémantique forte)

Et avec le temps ?

Test à zéro



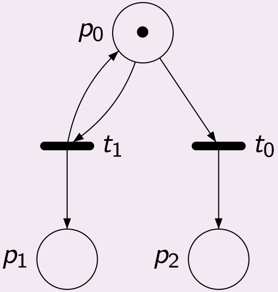
- `Si C1>0`
  - `décrémenter C1`
  - `aller en P1`
- `SINON aller en P2`

- Le problème de l'accessibilité est indécidable pour les réseaux de Petri avec du temps (en sémantique forte)
- On considère souvent des réseaux de Petri k-bornés

Ce qu'apporte le temps

Plus de précision

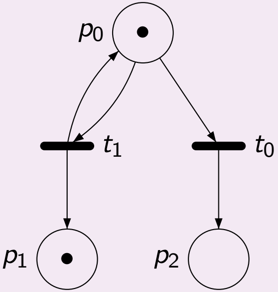
Exemple



- Sans le temps le réseau n'est pas borné

Plus de précision

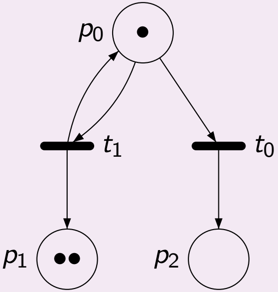
Exemple



- Sans le temps le réseau n'est pas borné

Plus de précision

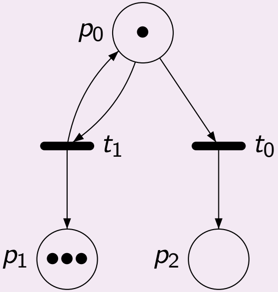
Exemple



- Sans le temps le réseau n'est pas borné

Plus de précision

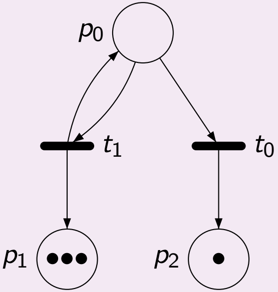
Exemple



- Sans le temps le réseau n'est pas borné

Plus de précision

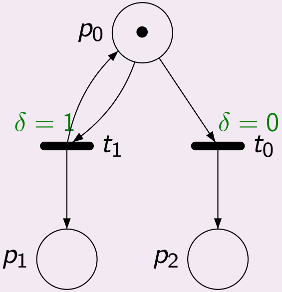
Exemple



- Sans le temps le réseau n'est pas borné

Plus de précision

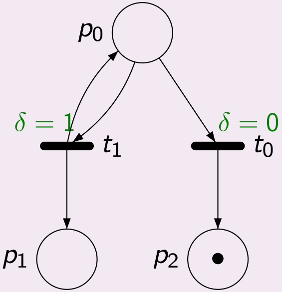
Exemple



- Sans le temps le réseau n'est pas borné
- Avec le temps, seulement 2 marquages accessibles
  $\rightarrow$ La précision temporelle retire des comportements impossibles

Plus de précision

Exemple



- Sans le temps le réseau n'est pas borné
- Avec le temps, seulement 2 marquages accessibles
  $\rightarrow$ La précision temporelle retire des comportements impossibles

- Compromis Expressivité, Décidabilité, Complexité

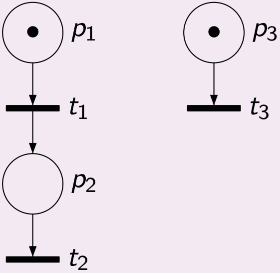
Plan

Présentation informelle

Réseau de Petri T-temporel (*T-TPN*)

T-TPN : Les contraintes temporelles sont associées aux transitions

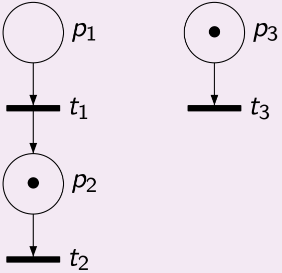
Example (Réseau de L. Gallon)



Réseau de Petri T-temporel (*T-TPN*)

T-TPN : Les contraintes temporelles sont associées aux transitions

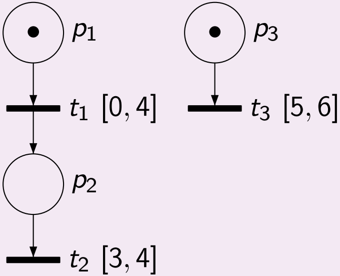
Example (Réseau de L. Gallon)



Réseau de Petri T-temporel (*T-TPN*)

T-TPN : Les contraintes temporelles sont associées aux transitions

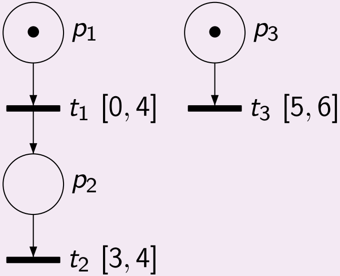
Example (Réseau de L. Gallon)



Réseau de Petri T-temporel (*T-TPN*)

T-TPN : Les contraintes temporelles sont associées aux transitions

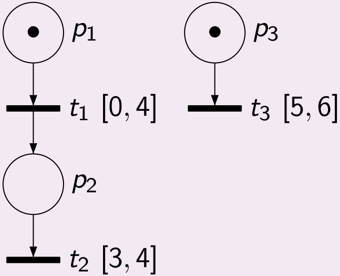
Example (Réseau de L. Gallon)



$\{p_1, p_3\}$
$\nu(t_1) = 0$
$\nu(t_3) = 0$

T-TPN : Les contraintes temporelles sont associées aux transitions

Example (Réseau de L. Gallon)

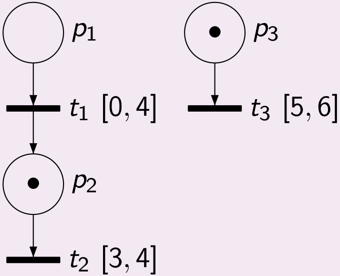


$$\begin{array}{l} \{p_1, p_3\} \\ \nu(t_1) = 0 \\ \nu(t_3) = 0 \end{array} \quad \overset{\epsilon(3.4)}{\rightarrow} \quad \begin{array}{l} \{p_1, p_3\} \\ \nu(t_1) = 3.4 \\ \nu(t_3) = 3.4 \end{array}$$

Réseau de Petri T-temporel (*T-TPN*)

T-TPN : Les contraintes temporelles sont associées aux transitions

Example (Réseau de L. Gallon)

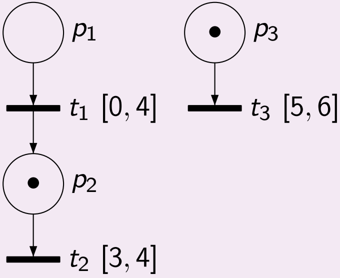


$$\begin{array}{l}\{p_1, p_3\}\\ \nu(t_1)=0\\ \nu(t_3)=0\end{array} \overset{\epsilon(3.4)}{\rightarrow} \begin{array}{l}\{p_1, p_3\}\\ \nu(t_1)=3.4\\ \nu(t_3)=3.4\end{array} \overset{t_1}{\rightarrow} \begin{array}{l}\{p_2, p_3\}\\ \nu(t_2)=0\\ \nu(t_3)=3.4\end{array}$$

Réseau de Petri T-temporel (*T-TPN*)

T-TPN : Les contraintes temporelles sont associées aux transitions

Example (Réseau de L. Gallon)

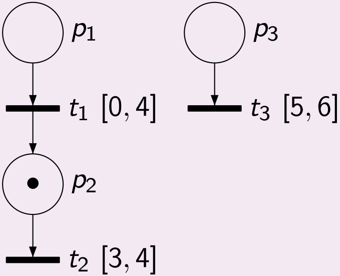


$$\begin{matrix}\{p_1, p_3\} \\ \nu(t_1) = 0 \\ \nu(t_3) = 0\end{matrix} \xrightarrow{\epsilon(3.4)} \begin{matrix}\{p_1, p_3\} \\ \nu(t_1) = 3.4 \\ \nu(t_3) = 3.4\end{matrix} \xrightarrow{t_1} \begin{matrix}\{p_2, p_3\} \\ \nu(t_2) = 0 \\ \nu(t_3) = 3.4\end{matrix} \xrightarrow{\epsilon(1.7)} \begin{matrix}\{p_2, p_3\} \\ \nu(t_2) = 1.7 \\ \nu(t_3) = 5.1\end{matrix}$$

Réseau de Petri T-temporel (*T-TPN*)

T-TPN : Les contraintes temporelles sont associées aux transitions

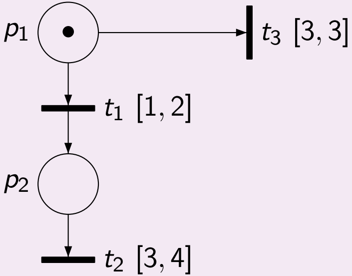
Example (Réseau de L. Gallon)



$$\begin{array}{l}\{p_1, p_3\}\\ \nu(t_1)=0\\ \nu(t_3)=0\end{array} \xrightarrow{\epsilon(3.4)} \begin{array}{l}\{p_1, p_3\}\\ \nu(t_1)=3.4\\ \nu(t_3)=3.4\end{array} \xrightarrow{t_1} \begin{array}{l}\{p_2, p_3\}\\ \nu(t_2)=0\\ \nu(t_3)=3.4\end{array} \xrightarrow{\epsilon(1.7)} \begin{array}{l}\{p_2, p_3\}\\ \nu(t_2)=1.7\\ \nu(t_3)=5.1\end{array} \xrightarrow{t_3} \cdots$$

Quelques exemples

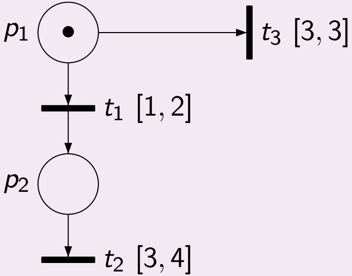
Example (Priorité)



Peut-on tirer t3 ?

Quelques exemples

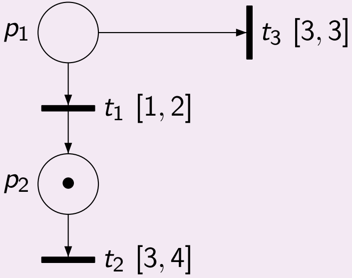
Example (Priorité)



Peut-on tirer t3 ?

$$\begin{array}{l} \{p_1\} \\ \nu(t_1) = 0 \\ \nu(t_3) = 0 \end{array} \xrightarrow{\epsilon(2)} \begin{array}{l} \{p_1\} \\ \nu(t_1) = 2 \\ \nu(t_3) = 2 \end{array}$$

Example (Priorité)

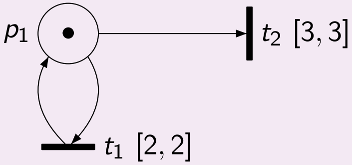


Peut-on tirer t3 ?

$$
\begin{array}{l} \{p_1\} \\ \nu(t_1) = 0 \\ \nu(t_3) = 0 \end{array}
\xrightarrow{\epsilon(2)}
\begin{array}{l} \{p_1\} \\ \nu(t_1) = 2 \\ \nu(t_3) = 2 \end{array}
\xrightarrow{t_1}
\begin{array}{l} \{p_2\} \\ \nu(t_2) = 0 \end{array}
\cdots
$$

Quelques exemples

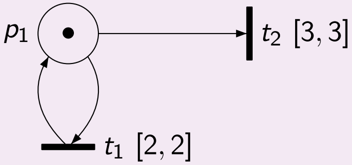
Example (Continûment sensibilisée)



Peut-on tirer t2 ?

Quelques exemples

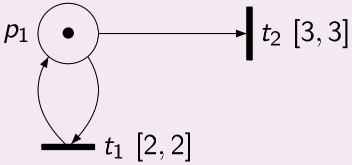
Example (Continûment sensibilisée)



Peut-on tirer t2 ?

$$\begin{array}{lcl} \{p_1\} & & \{p_1\} \\ \nu(t_1) = 0 & \xrightarrow{\epsilon(2)} & \nu(t_1) = 2 \\ \nu(t_2) = 0 & & \nu(t_2) = 2 \end{array}$$

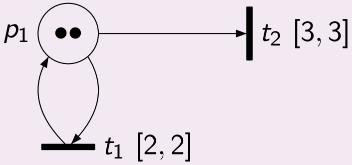
Example (Continûment sensibilisée)



Peut-on tirer t2 ?

$$\begin{array}{l}\{p_1\}\\ \nu(t_1)=0\\ \nu(t_2)=0\end{array} \xrightarrow{\epsilon(2)} \begin{array}{l}\{p_1\}\\ \nu(t_1)=2\\ \nu(t_2)=2\end{array} \xrightarrow{t_1} \begin{array}{l}\{p_1\}\\ \nu(t_1)=0\\ \nu(t_2)=0\end{array} \xrightarrow{\epsilon(2)} \begin{array}{l}\{p_1\}\\ \nu(t_1)=2\\ \nu(t_2)=2\end{array} \xrightarrow{t_1} \cdots$$

Example (Continûment sensibilisée)



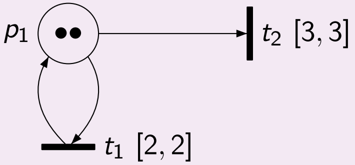
Peut-on tirer t2 ?

$$\begin{matrix}\{p_1\} \\ \nu(t_1) = 0 \\ \nu(t_2) = 0\end{matrix} \xrightarrow{\epsilon(2)} \begin{matrix}\{p_1\} \\ \nu(t_1) = 2 \\ \nu(t_2) = 2\end{matrix} \xrightarrow{t_1} \begin{matrix}\{p_1\} \\ \nu(t_1) = 0 \\ \nu(t_2) = 0\end{matrix} \xrightarrow{\epsilon(2)} \begin{matrix}\{p_1\} \\ \nu(t_1) = 2 \\ \nu(t_2) = 2\end{matrix} \xrightarrow{t_1} \cdots$$

Et avec 2 jetons dans P_1 ?

Quelques exemples

Example (Continûment sensibilisée)



Peut-on tirer t2 ?

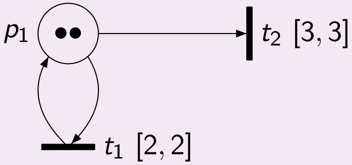
$$\begin{array}{l}\{p_1\}\\ \nu(t_1)=0\\ \nu(t_2)=0\end{array} \overset{\epsilon(2)}{\rightarrow} \begin{array}{l}\{p_1\}\\ \nu(t_1)=2\\ \nu(t_2)=2\end{array} \overset{t_1}{\rightarrow} \begin{array}{l}\{p_1\}\\ \nu(t_1)=0\\ \nu(t_2)=0\end{array} \overset{\epsilon(2)}{\rightarrow} \begin{array}{l}\{p_1\}\\ \nu(t_1)=2\\ \nu(t_2)=2\end{array} \overset{t_1}{\rightarrow} \cdots$$

Et avec 2 jetons dans P_1 ?

$$\begin{array}{l}\{p_1, p_1\}\\ \nu(t_1)=0\\ \nu(t_2)=0\end{array} \overset{\epsilon(2)}{\rightarrow} \begin{array}{l}\{p_1, p_1\}\\ \nu(t_1)=2\\ \nu(t_2)=2\end{array} \overset{t_1}{\rightarrow} \begin{array}{l}\{p_1, p_1\}\\ \nu(t_1)=0\\ \nu(t_2)=2\end{array}$$

Quelques exemples

Example (Continûment sensibilisée)



Peut-on tirer t2 ?

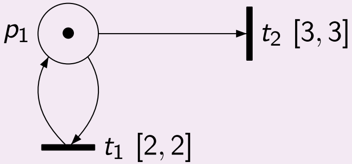
$$\begin{matrix}\{p_1\}\\ \nu(t_1)=0\\ \nu(t_2)=0\end{matrix} \xrightarrow{\epsilon(2)} \begin{matrix}\{p_1\}\\ \nu(t_1)=2\\ \nu(t_2)=2\end{matrix} \xrightarrow{t_1} \begin{matrix}\{p_1\}\\ \nu(t_1)=0\\ \nu(t_2)=0\end{matrix} \xrightarrow{\epsilon(2)} \begin{matrix}\{p_1\}\\ \nu(t_1)=2\\ \nu(t_2)=2\end{matrix} \xrightarrow{t_1} \cdots$$

Et avec 2 jetons dans P_1 ?

$$\begin{matrix}\{p_1, p_1\}\\ \nu(t_1)=0\\ \nu(t_2)=0\end{matrix} \xrightarrow{\epsilon(2)} \begin{matrix}\{p_1, p_1\}\\ \nu(t_1)=2\\ \nu(t_2)=2\end{matrix} \xrightarrow{t_1} \begin{matrix}\{p_1, p_1\}\\ \nu(t_1)=0\\ \nu(t_2)=2\end{matrix} \xrightarrow{\epsilon(1)} \begin{matrix}\{p_1, p_1\}\\ \nu(t_1)=1\\ \nu(t_2)=3\end{matrix}$$

Quelques exemples

Example (Continûment sensibilisée)



Peut-on tirer t2 ?

$$\begin{matrix}\{p_1\}\\ \nu(t_1)=0\\ \nu(t_2)=0\end{matrix} \xrightarrow{\epsilon(2)} \begin{matrix}\{p_1\}\\ \nu(t_1)=2\\ \nu(t_2)=2\end{matrix} \xrightarrow{t_1} \begin{matrix}\{p_1\}\\ \nu(t_1)=0\\ \nu(t_2)=0\end{matrix} \xrightarrow{\epsilon(2)} \begin{matrix}\{p_1\}\\ \nu(t_1)=2\\ \nu(t_2)=2\end{matrix} \xrightarrow{t_1} \cdots$$

Et avec 2 jetons dans P_1 ?

$$\begin{matrix}\{p_1,p_1\}\\ \nu(t_1)=0\\ \nu(t_2)=0\end{matrix} \xrightarrow{\epsilon(2)} \begin{matrix}\{p_1,p_1\}\\ \nu(t_1)=2\\ \nu(t_2)=2\end{matrix} \xrightarrow{t_1} \begin{matrix}\{p_1,p_1\}\\ \nu(t_1)=0\\ \nu(t_2)=2\end{matrix} \xrightarrow{\epsilon(1)} \begin{matrix}\{p_1,p_1\}\\ \nu(t_1)=1\\ \nu(t_2)=3\end{matrix} \xrightarrow{t_2} \begin{matrix}\{p_1\}\\ \nu(t_1)=1\\ \nu(t_2)=0\end{matrix} \xrightarrow{\epsilon(1)}\xrightarrow{t_1} \cdot$$

Définition et sémantique

Definition et Sémantique des *T-TPN*

Definition

Un *Réseau de Petri Temporel* $\mathcal{N}$ est un n-uplet $(P, T, {}^\bullet(.), (.)^\bullet, M_0, I)$
avec $I : T \to \mathbb{Q}_{\geq 0} \times (\mathbb{Q}_{\geq 0} \cup \{\infty\})$
On note $I = [\alpha, \beta]$ (ou $[\alpha, \beta[$ lorsque $\beta = \infty$)

Definition et Sémantique des *T-TPN*

Definition

Un *Réseau de Petri Temporel* $\mathcal{N}$ est un n-uplet $(P, T, {}^\bullet(.), (.)^\bullet, M_0, I)$
avec $I : T \rightarrow \mathbb{Q}_{\geq 0} \times (\mathbb{Q}_{\geq 0} \cup \{\infty\})$
On note $I = [\alpha, \beta]$ (ou $[\alpha, \beta[$ lorsque $\beta = \infty$)

Definition

L'Etat d'un *T-TPN* est $S = (M, \nu)$ avec

- M : un marquage et
- ν : une valuation $\mathit{enabled}(M) \mapsto \mathbb{R}_{\geq 0}$

Definition et Sémantique des *T-TPN*

Definition

Un *Réseau de Petri Temporel* $\mathcal{N}$ est un n-uplet $(P, T, {}^{\bullet}(.), (.)^{\bullet}, M_0, I)$
avec $I : T \to \mathbb{Q}_{\geq 0} \times (\mathbb{Q}_{\geq 0} \cup \{\infty\})$
On note $I = [\alpha, \beta]$ (ou $[\alpha, \beta[$ lorsque $\beta = \infty$)

Definition

L'Etat d'un *T-TPN* est $S = (M, \nu)$ avec

- M : un marquage et
- ν : une valuation $enabled(M) \mapsto \mathbb{R}_{\geq 0}$

Definition

- La sémantique d'un TPN $\mathcal{N}$ est un Système de Transitions Temporisés $S_{\mathcal{N}} = (Q, \{q_0\}, T, \to)$

Definition (Sémantique des réseaux de Petri temporels)

- Etats : (M, ν) avec M : un marquage et ν : *enabled* $(M) \mapsto \mathbb{R}_{\geq 0}$

Definition (Sémantique des réseaux de Petri temporels)

- Etats : (M, ν) avec M : un marquage et ν : *enabled* $(M) \mapsto \mathbb{R}_{\geq 0}$
- Transition discrète : $(M, \nu) \xrightarrow{t} (M', \nu')$ ssi

$$\begin{cases} M \geq {}^\bullet t \text{ et } M' = M - {}^\bullet t + t^\bullet \\ \nu(t) \in I(t) \\ \nu'(t') = 0 \text{ si } t' \text{ est nouvellement sensibilisée, } \nu'(t') = \nu(t') \text{ sinon} \end{cases}$$

Definition (Sémantique des réseaux de Petri temporels)

- Etats : (M, ν) avec M : un marquage et ν : *enabled* $(M) \mapsto \mathbb{R}_{\geq 0}$
- Transition discrète : $(M, \nu) \xrightarrow{t} (M', \nu')$ ssi
$$\begin{cases} M \geq^{\bullet} t \text{ et } M' = M -^{\bullet} t + t^{\bullet} \\ \nu(t) \in I(t) \\ \nu'(t') = 0 \text{ si } t' \text{ est nouvellement sensibilisée, } \nu'(t') = \nu(t') \text{ sinon} \end{cases}$$
- Transition temporisée : $(M, \nu) \xrightarrow{d} (M', \nu')$ ssi
$$\begin{cases} M = M' \\ \nu' = \nu + d \text{ (mise à jour des transitions sensibilisées)} \\ \text{Choix sémantique forte ou faible} \end{cases}$$

Definition (Sémantique des réseaux de Petri temporels)

- Etats : (M, ν) avec M : un marquage et ν : *enabled* $(M) \mapsto \mathbb{R}_{\geq 0}$
- Transition discrète : $(M, \nu) \xrightarrow{t} (M', \nu')$ ssi

$$\begin{cases} M \geq^{\bullet} t \text{ et } M' = M -^{\bullet} t + t^{\bullet} \\ \nu(t) \in I(t) \\ \nu'(t') = 0 \text{ si } t' \text{ est nouvellement sensibilisée, } \nu'(t') = \nu(t') \text{ sinon} \end{cases}$$

- Transition temporisée : $(M, \nu) \xrightarrow{d} (M', \nu')$ ssi

$$\begin{cases} M = M' \\ \nu' = \nu + d \text{ (mise à jour des transitions sensibilisées)} \\ \text{Choix sémantique forte ou faible} \end{cases}$$

Sémantique forte : Pour toute transition sensibilisée t,

$$\nu(t) + d \leq \beta(t)$$

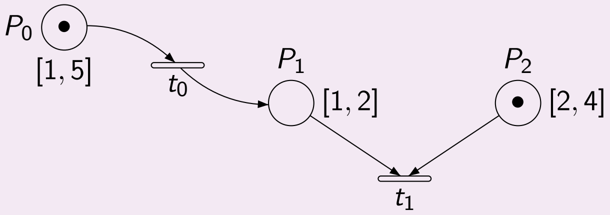
Plan

Les réseaux de Petri P-temporels

Réseau de Petri P-temporel (*P-TPN*)

P-TPN : Les contraintes temporelles sont associées aux places

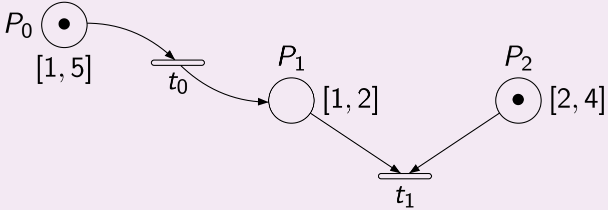
Example (Un TPN $\in$ *P-TPN*)



Réseau de Petri P-temporel (*P-TPN*)

P-TPN : Les contraintes temporelles sont associées aux places

Example (Un TPN $\in$ *P-TPN*)

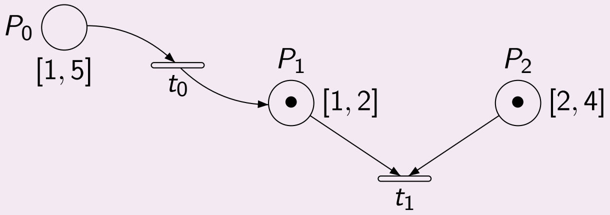


$$\begin{array}{lcl} \{p_0, p_2\} & & \{p_0, p_2\} \\ \nu(p_0) = 0 & \overset{\epsilon(3)}{\rightarrow} & \nu(p_0) = 3 \\ \nu(p_2) = 0 & & \nu(p_2) = 3 \end{array}$$

Réseau de Petri P-temporel (*P-TPN*)

P-TPN : Les contraintes temporelles sont associées aux places

Example (Un TPN $\in$ *P-TPN*)

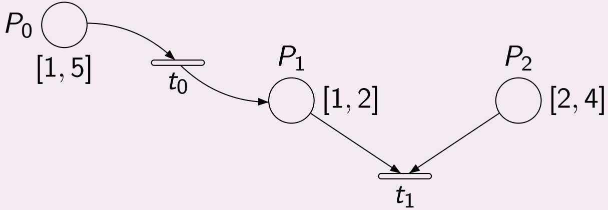


$$\begin{matrix}\{p_0, p_2\} \\ \nu(p_0) = 0 \\ \nu(p_2) = 0\end{matrix} \quad \overset{\epsilon(3)}{\rightarrow} \quad \begin{matrix}\{p_0, p_2\} \\ \nu(p_0) = 3 \\ \nu(p_2) = 3\end{matrix} \quad \overset{t_0}{\rightarrow} \quad \begin{matrix}\{p_1, p_2\} \\ \nu(p_1) = 0 \\ \nu(p_2) = 3\end{matrix} \quad \overset{\epsilon(1)}{\rightarrow} \quad \begin{matrix}\{p_1, p_2\} \\ \nu(p_1) = 1 \\ \nu(p_2) = 4\end{matrix}$$

Réseau de Petri P-temporel (*P-TPN*)

P-TPN : Les contraintes temporelles sont associées aux places

Example (Un TPN $\in$ *P-TPN*)

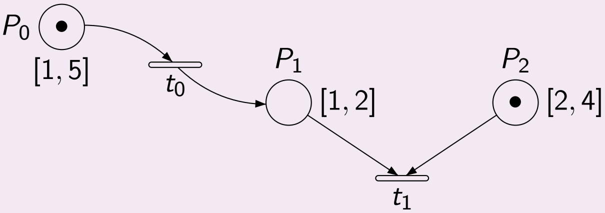


$$\begin{array}{l}\{p_0, p_2\}\\ \nu(p_0) = 0\\ \nu(p_2) = 0\end{array} \xrightarrow{\epsilon(3)} \begin{array}{l}\{p_0, p_2\}\\ \nu(p_0) = 3\\ \nu(p_2) = 3\end{array} \xrightarrow{t_0} \begin{array}{l}\{p_1, p_2\}\\ \nu(p_1) = 0\\ \nu(p_2) = 3\end{array} \xrightarrow{\epsilon(1)} \begin{array}{l}\{p_1, p_2\}\\ \nu(p_1) = 1\\ \nu(p_2) = 4\end{array} \xrightarrow{t_1}$$

Réseau de Petri P-temporel (*P-TPN*)

P-TPN : Les contraintes temporelles sont associées aux places

Example (Un TPN $\in$ *P-TPN*)



$$\begin{matrix}\{p_0,p_2\}\\ \nu(p_0)=0\\ \nu(p_2)=0\end{matrix} \xrightarrow{\epsilon(3)} \begin{matrix}\{p_0,p_2\}\\ \nu(p_0)=3\\ \nu(p_2)=3\end{matrix} \xrightarrow{t_0} \begin{matrix}\{p_1,p_2\}\\ \nu(p_1)=0\\ \nu(p_2)=3\end{matrix} \xrightarrow{\epsilon(1)} \begin{matrix}\{p_1,p_2\}\\ \nu(p_1)=1\\ \nu(p_2)=4\end{matrix} \xrightarrow{t_1}$$

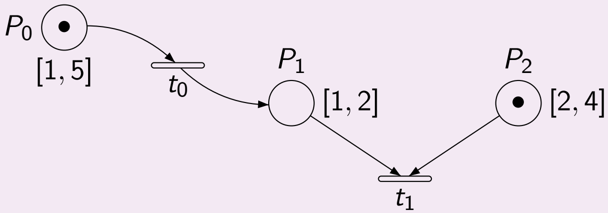
Weak semantics :

$$\begin{matrix}\{p_0,p_2\}\\ \nu(p_0)=0\\ \nu(p_2)=0\end{matrix} \xrightarrow{\epsilon(6)} \begin{matrix}\{\hat{p}_0,\hat{p}_2\}\\ \nu(p_0)=6\\ \nu(p_2)=6\end{matrix}$$

Réseau de Petri P-temporel (*P-TPN*)

P-TPN : Les contraintes temporelles sont associées aux places

Example (Un TPN $\in$ *P-TPN*)



$$\begin{array}{l}\{p_0,p_2\}\\ \nu(p_0)=0\\ \nu(p_2)=0\end{array} \overset{\epsilon(3)}{\rightarrow} \begin{array}{l}\{p_0,p_2\}\\ \nu(p_0)=3\\ \nu(p_2)=3\end{array} \overset{t_0}{\rightarrow} \begin{array}{l}\{p_1,p_2\}\\ \nu(p_1)=0\\ \nu(p_2)=3\end{array} \overset{\epsilon(1)}{\rightarrow} \begin{array}{l}\{p_1,p_2\}\\ \nu(p_1)=1\\ \nu(p_2)=4\end{array} \overset{t_1}{\rightarrow}$$

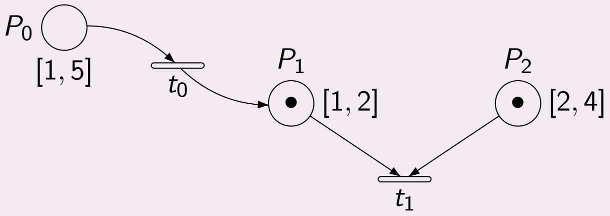
Strong semantics :

$$\begin{array}{l}\{p_0,p_2\}\\ \nu(p_0)=0\\ \nu(p_2)=0\end{array} \overset{\epsilon(5)}{\rightarrow} \begin{array}{l}\{p_0,\hat{p_2}\}\\ \nu(p_0)=5\\ \nu(p_2)=5\end{array}$$

Réseau de Petri P-temporel (*P-TPN*)

P-TPN : Les contraintes temporelles sont associées aux places

Example (Un TPN $\in$ *P-TPN*)



$$\begin{array}{l}\{p_0, p_2\}\\ \nu(p_0) = 0\\ \nu(p_2) = 0\end{array} \xrightarrow{\epsilon(3)} \begin{array}{l}\{p_0, p_2\}\\ \nu(p_0) = 3\\ \nu(p_2) = 3\end{array} \xrightarrow{t_0} \begin{array}{l}\{p_1, p_2\}\\ \nu(p_1) = 0\\ \nu(p_2) = 3\end{array} \xrightarrow{\epsilon(1)} \begin{array}{l}\{p_1, p_2\}\\ \nu(p_1) = 1\\ \nu(p_2) = 4\end{array} \xrightarrow{t_1}$$

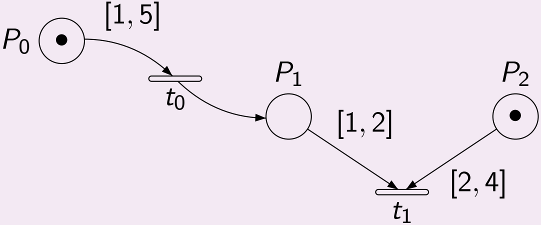
Strong semantics :

$$\begin{array}{l}\{p_0, p_2\}\\ \nu(p_0) = 0\\ \nu(p_2) = 0\end{array} \xrightarrow{\epsilon(5)} \begin{array}{l}\{p_0, \hat{p}_2\}\\ \nu(p_0) = 5\\ \nu(p_2) = 5\end{array} \xrightarrow{t_0} \begin{array}{l}\{p_1, \hat{p}_2\}\\ \nu(p_1) = 0\\ \nu(p_2) = 5\end{array} \xrightarrow{\epsilon(\cdots)}$$

Les réseaux de Petri A-temporels

Les contraintes temporelles sont associées aux arcs (Place,transition)

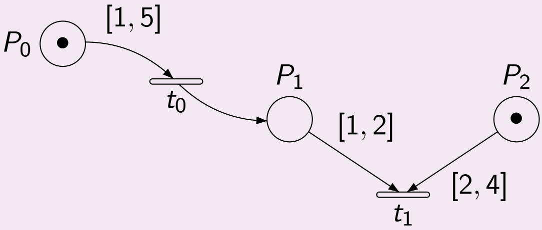
Example (Un TPN $\in$ *A-TPN*)



Réseau de Petri A-temporel (*A-TPN*)

Les contraintes temporelles sont associées aux arcs (Place,transition)

Example (Un TPN $\in$ *A-TPN*)

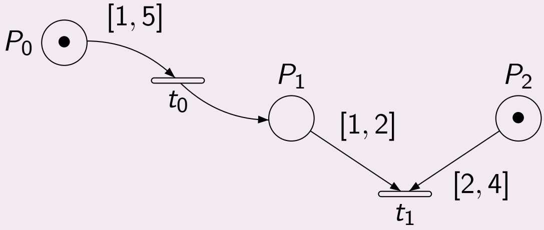


$$\begin{array}{c} \{p_0, p_2\} \\ \nu(p_0) = 0 \\ \nu(p_2) = 0 \end{array} \xrightarrow{\epsilon(3)} \begin{array}{c} \{p_0, p_2\} \\ \nu(p_0) = 3 \\ \nu(p_2) = 3 \end{array} \xrightarrow{t_0} \begin{array}{c} \{p_1, p_2\} \\ \nu(p_1) = 0 \\ \nu(p_2) = 3 \end{array} \xrightarrow{\epsilon(1)} \begin{array}{c} \{p_1, p_2\} \\ \nu(p_1) = 1 \\ \nu(p_2) = 4 \end{array} \xrightarrow{t_1}$$

Réseau de Petri A-temporel (*A-TPN*)

Les contraintes temporelles sont associées aux arcs (Place,transition)

Example (Un TPN $\in$ *A-TPN*)



$$\begin{array}{c} \{p_0, p_2\} \\ \nu(p_0)=0 \\ \nu(p_2)=0 \end{array} \xrightarrow{\epsilon(3)} \begin{array}{c} \{p_0, p_2\} \\ \nu(p_0)=3 \\ \nu(p_2)=3 \end{array} \xrightarrow{t_0} \begin{array}{c} \{p_1, p_2\} \\ \nu(p_1)=0 \\ \nu(p_2)=3 \end{array} \xrightarrow{\epsilon(1)} \begin{array}{c} \{p_1, p_2\} \\ \nu(p_1)=1 \\ \nu(p_2)=4 \end{array} \xrightarrow{t_1}$$

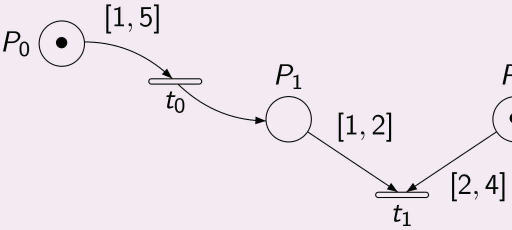
Weak semantics :

$$\begin{array}{c} \{p_0, p_2\} \\ \nu(p_0)=0 \\ \nu(p_2)=0 \end{array} \xrightarrow{\epsilon(6)} \begin{array}{c} \{\hat{p_0}, \hat{p_2}\} \\ \nu(p_0)=6 \\ \nu(p_2)=6 \end{array}$$

Réseau de Petri A-temporel (*A-TPN*)

Les contraintes temporelles sont associées aux arcs (Place,transition)

Example (Un TPN $\in$ *A-TPN*)



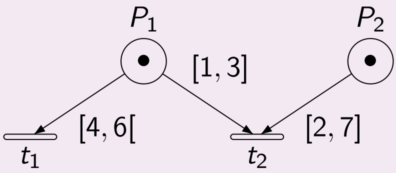
$$\begin{matrix}\{p_0, p_2\} \\ \nu(p_0) = 0 \\ \nu(p_2) = 0\end{matrix} \xrightarrow{\epsilon(3)} \begin{matrix}\{p_0, p_2\} \\ \nu(p_0) = 3 \\ \nu(p_2) = 3\end{matrix} \xrightarrow{t_0} \begin{matrix}\{p_1, p_2\} \\ \nu(p_1) = 0 \\ \nu(p_2) = 3\end{matrix} \xrightarrow{\epsilon(1)} \begin{matrix}\{p_1, p_2\} \\ \nu(p_1) = 1 \\ \nu(p_2) = 4\end{matrix} \xrightarrow{t_1}$$

Strong semantics :

$$\begin{matrix}\{p_0, p_2\} \\ \nu(p_0) = 0 \\ \nu(p_2) = 0\end{matrix} \xrightarrow{\epsilon(5)} \begin{matrix}\{p_0, \hat{p}_2\} \\ \nu(p_0) = 5 \\ \nu(p_2) = 5\end{matrix} \xrightarrow{t_0} \begin{matrix}\{p_1, \hat{p}_2\} \\ \nu(p_1) = 0 \\ \nu(p_2) = 5\end{matrix} \xrightarrow{\epsilon(\cdots)}$$

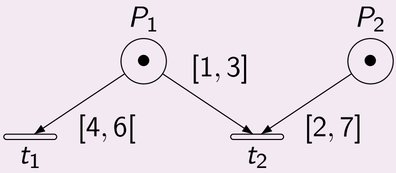
Réseau de Petri A-temporel (*A-TPN*)

Example (Un TPN $\in$ *A-TPN*)



Réseau de Petri A-temporel (*A-TPN*)

Example (Un TPN $\in$ *A-TPN*)

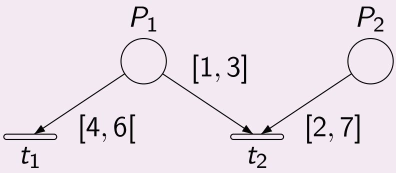


Strong semantics :

$$\begin{array}{l} \{p_1, p_2\} \\ \nu(p_1) = 0 \\ \nu(p_2) = 0 \end{array} \quad \stackrel{\epsilon(3)}{\rightarrow} \quad \begin{array}{l} \{p_1, p_2\} \\ \nu(p_1) = 3 \\ \nu(p_2) = 3 \end{array}$$

Réseau de Petri A-temporel (*A-TPN*)

Example (Un TPN $\in$ *A-TPN*)

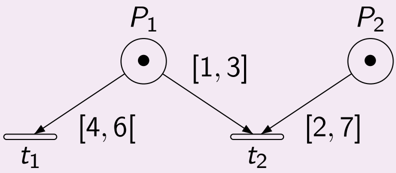


Strong semantics :

$$\begin{array}{l} \{p_1, p_2\} \\ \nu(p_1) = 0 \\ \nu(p_2) = 0 \end{array} \xrightarrow{\epsilon(3)} \begin{array}{l} \{p_1, p_2\} \\ \nu(p_1) = 3 \\ \nu(p_2) = 3 \end{array} \xrightarrow{t_2} \begin{array}{l} \{\} \\ . \\ . \end{array} \xrightarrow{\epsilon(\cdots)}$$

Réseau de Petri A-temporel (*A-TPN*)

Example (Un TPN $\in$ *A-TPN*)



Strong semantics :

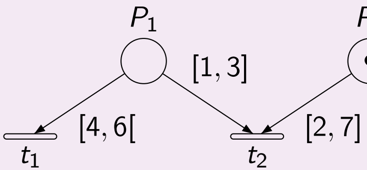
$$\begin{array}{l} \{p_1, p_2\} \\ \nu(p_1) = 0 \\ \nu(p_2) = 0 \end{array} \xrightarrow{\epsilon(3)} \begin{array}{l} \{p_1, p_2\} \\ \nu(p_1) = 3 \\ \nu(p_2) = 3 \end{array} \xrightarrow{t_2} \begin{array}{l} \{\} \\ . \\ . \end{array} \xrightarrow{\epsilon(\cdots)}$$

Weak semantics :

$$\begin{array}{l} \{p_1, p_2\} \\ \nu(p_1) = 0 \\ \nu(p_2) = 0 \end{array} \xrightarrow{\color{red}\epsilon(5)} \begin{array}{l} \{p_1, p_2\} \\ \nu(p_1) = 5 \\ \nu(p_2) = 5 \end{array}$$

Réseau de Petri A-temporel (*A-TPN*)

Example (Un TPN $\in$ *A-TPN*)



Strong semantics :

$$\begin{array}{l}\{p_1, p_2\} \\ \nu(p_1) = 0 \\ \nu(p_2) = 0\end{array} \xrightarrow{\epsilon(3)} \begin{array}{l}\{p_1, p_2\} \\ \nu(p_1) = 3 \\ \nu(p_2) = 3\end{array} \xrightarrow{t_2} \begin{array}{l}\{\} \\ . \\ .\end{array} \xrightarrow{\epsilon(\cdots)}$$

Weak semantics :

$$\begin{array}{l}\{p_1, p_2\} \\ \nu(p_1) = 0 \\ \nu(p_2) = 0\end{array} \xrightarrow{\epsilon(5)} \begin{array}{l}\{p_1, p_2\} \\ \nu(p_1) = 5 \\ \nu(p_2) = 5\end{array} \xrightarrow{t_1} \begin{array}{l}\{p_2\} \\ \nu(p_2) = 5 \\ .\end{array} \xrightarrow{\epsilon(3)} \begin{array}{l}\{\hat{p}_2\} \\ \nu(p_2) = 8 \\ .\end{array} \xrightarrow{\epsilon(\cdots)}$$

A suivre : Espace d’états des réseaux de Petri temporels

Références bibliographiques

Références bibliographiques I

Abdulla, P. A. and Nylén, A. (2001).
Timed petri nets and BQOs.
In *22nd International Conference on Application and Theory of Petri Nets (ICATPN'01)*, volume 2075 of *LNCS*, pages 53–70, United Kingdom. Springer-Verlag.

Berthomieu, B. and Diaz, M. (1991).
Modeling and verification of time dependent systems using time petri nets.
IEEE transactions on software engineering, 17(3) :259–273.

de Frutos Escrig, D., Ruiz, V. V., and Alonso, O. M. (2000).
Decidability of properties of timed-arc Petri nets.
In *21st International Conference on Application and Theory of Petri Nets (ICATPN'00)*, volume 1825 of *LNCS*, pages 187–206, Aarhus, Denmark. Springer-Verlag.

Hanisch, H. (1993).
Analysis of place/transition nets with timed-arcs and its application to batch process control.
In *14th International Conference on Application and Theory of Petri Nets (ICATPN'93)*, volume 691 of *LNCS*, pages 282–299.

Khansa, W., Denat, J.-P., and Collart-Dutilleul, S. (1996).
P-time Petri nets for manufacturing systems.
In *International Workshop on Discrete Event Systems, WODES'96*, pages 94–102, Edinburgh (U.K.).

Merlin, P. M. (1974).
A study of the recoverability of computing systems.
PhD thesis, Department of Information and Computer Science, University of California, Irvine, CA.

Références bibliographiques II

Pezzè, M. (1999).
Time Petri Nets : A Primer Introduction.
Tutorial presented at the Multi-Workshop on Formal Methods in Performance Evaluation and Applications, Zaragoza, Spain.

Ramchandani, C. (1974).
Analysis of asynchronous concurrent systems by timed Petri nets.
PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA.
Project MAC Report MAC-TR-120.

Sifakis, J. (1980).
Performance Evaluation of Systems using Nets.
In *Net theory and applications : Proc. of the advanced course on general net theory, processes and systems (Hamburg, 1979)*, volume 84 of *LNCS*. Springer-Verlag.

Equipe pédagogique

Equipe pédagogique

Auteur.rice.s : Isabel Demongodin et Olivier H. Roux

Intervenant : Olivier H. Roux